

УПРУГО-ЕМКОСТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Попов И.П.¹, Сарапулов Ф.Н.², Сарапулов С.Ф.²

¹ Департамент экономического развития, торговли и труда Курганской области, Курган, Россия, popov_ip@kurganobl.ru

² Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Россия, sarapulovfn@yandex.ru

Аннотация — Рассматривается упруго-емкостная колебательная система и возникновение в ней свободных гармонических колебаний.

Ключевые слова — упругость, емкость, колебания.

ВВЕДЕНИЕ

В системах механизации и автоматизации производственных процессов получили распространение линейные электромеханические преобразователи с пружинными возвратными механизмами.

Пружина обладает способностью как запасать, так и отдавать потенциальную энергию. Если при этом не происходит потерь энергии, то логично предположить, что указанное свойство пружины должно обуславливать наличие некоего реактивного сопротивления преобразователя, которое также характеризуется обменом энергии без ее диссипации.

Актуальной задачей является выявление влияния упругости пружинного механизма преобразователя на реактивное сопротивление его электрической цепи и вытекающей из этого возможности возникновения свободных гармонических колебаний, которые могут иметь как отрицательное, так и положительное воздействие на систему в целом. Предпосылкой решения этой задачи является одна из двух систем аналогий между электромагнитными и механическими величинами, в соответствии с которыми упругость связана дуальным соотношением с индуктивностью

$$1/k \Rightarrow L.$$

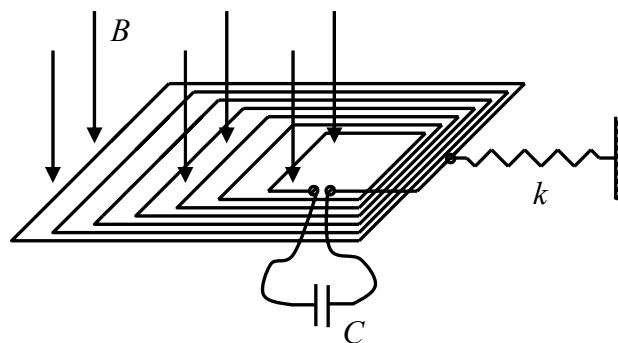
Однако дуальная связь не является функциональной, поскольку охватываемые ею величины относятся к изолированным друг от друга системам. Поэтому указанное соотношение само по себе не дает оснований рассматривать механическую величину коэффициент упругости в качестве параметра электрических цепей.

Целью настоящей работы является представление упругой нагрузки в виде индуктивного сопротивления линейного электромеханического преобразователя и обоснование возможности возникновения свободных гармонических колебаний при подключении к нему конденсатора, играющего роль эквивалентного емкостного сопротивления электрической цепи преобразователя.

УПРУГО-ЕМКОСТНАЯ СИСТЕМА

Упрощенная модель системы представлена на рисунке. Коэффициент упругости пружины k , магнитная индукция в зазоре B , между полюсами находятся n проводников с длиной активной части l [1–3]. Емкость

конденсатора C . Активное сопротивление, потери на трение, индуктивность, емкость и масса рамок не учитываются.



Упруго-емкостная (kC) колебательная система

ВОЗНИКНОВЕНИЕ СВОБОДНЫХ ГАРМОНИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

Механическое и электрическое состояния kC колебательной системы описываются двумя уравнениями в соответствии с законами Гука, Ампера и вторым законом Кирхгофа:

$$kx = Blni, \quad (1)$$

$$Bl n \frac{dx}{dt} + u_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t idt = 0. \quad (2)$$

Здесь x – перемещение рамок, $Bl ni$ – сила Ампера, $Bl n dx/dt$ – ЭДС электромагнитной индукции. Последнее слагаемое – напряжение на конденсаторе.

B, l, n , – параметры, обуславливающие электромеханическое взаимодействие. Их целесообразно объединить в параметрический коэффициент

$$y = (Bl n)^2. \quad (3)$$

Пусть начальные условия: $u_c(0) = u_0, i(0) = 0$.

Производная (1) с учетом (3)

$$\frac{dx}{dt} = \frac{y^{0.5}}{k} \frac{di}{dt}.$$

При подстановке в (2)

$$\frac{y}{k} \frac{di}{dt} + u_c(0) + \frac{1}{C} \int_0^t idt = 0.$$

При дифференцировании последнего выражения получается классическое дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний [4–6]

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{k}{yC} i = 0.$$

Его решение

$$i = I_m \sin \omega_0 t,$$

$$I_m = u_0 \sqrt{\frac{kC}{y}} = \frac{u_0}{X_{kC}}.$$

$$X_{kC} = \sqrt{\frac{y}{kC}}$$

– волновое сопротивление,

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{yC}} \quad (4)$$

– собственная частота автономной консервативной kC -системы.

Таким образом, в рассматриваемой kC колебательной системе могут возникать свободные гармонические колебания.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Свободные гармонические колебания могут происходить при взаимодействии величин различной физической природы – упругости и электрической емкости.

В традиционных колебательных системах происходит взаимное превращение энергии, обусловленной *движением*, – кинетической энергии и энергии магнитного поля в энергию, обусловленную *положением*, – энергию деформированной пружины и энергию электрического поля. В отличие от них в kC -системе происходит взаимное превращение энергии, обусловленной *положением*, – потенциальной энергии пружины в энергию, также обусловленную *положением* – в энергию электрического поля конденсатора.

Сопоставление выражения (4) с формулами для собственных частот механического маятника

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

и электрического колебательного контура

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

позволяет установить существование искусственных механических и электрических величин [7–10].

Искусственная (емкостная) масса

$$m_C = yC.$$

Искусственная (инертная) емкость

$$C_m = \frac{m}{y}.$$

Искусственная (упругая) индуктивность

$$L_k = \frac{y}{k}.$$

Искусственная (индуктивная) упругость

$$k_L = \frac{y}{L}.$$

В соответствии с этими выражениями (4) можно представить в виде:

$$\omega_{0kC} = \sqrt{\frac{k}{yC}} = \frac{1}{\sqrt{CL_k}} = \sqrt{\frac{k}{m_C}},$$

т.е. либо как электрический колебательный контур с искусственной индуктивностью, либо как механический маятник с искусственной массой.

Полученные выражения устанавливают функциональные зависимости между электрическими и механическими величинами.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Попов, И.П., Сарапулов, Ф.Н., Сарапулов, С.Ф. О емкостных и индуктивных свойствах электромеханических преобразователей / И.П. Попов, Ф.Н. Сарапулов, С.Ф. Сарапулов // Вестник Курганского гос. ун-та. Технич. науки. – 2011. – Вып. 6. – №1(20). – С. 102, 103.
2. Попов, И.П., Сарапулов, Ф.Н., Сарапулов, С.Ф. Переходный процесс при подключении электромеханического преобразователя с упругой нагрузкой к источнику постоянного напряжения / И.П. Попов, Ф.Н. Сарапулов, С.Ф. Сарапулов // Вестник Курганского гос. ун-та. Технич. науки. – 2012. – Вып. 7. – №2(24). – С. 80–82.
3. Попов, И.П., Сарапулов, Ф.Н., Сарапулов, С.Ф. Инертно-индуктивный осциллятор / И.П. Попов, Ф.Н. Сарапулов, С.Ф. Сарапулов // Вестник Курганского гос. ун-та. Технич. науки. – 2013. – Вып. 8. – № 2(29). – С. 80, 81.
4. Попов, И.П. Зависимость реактивного сопротивления пьезоэлектрического преобразователя от механических параметров его нагрузки / И.П. Попов // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2013. – № 5 (87). – С. 94–98.
5. Попов, И.П. Упруго-индуктивный осциллятор / И.П. Попов // Российский научный журнал. – 2013. – № 1(32). – С. 269, 270.
6. Попов, И.П. Свободные гармонические колебания в системах с элементами различной физической природы / И.П. Попов // Вестник Костромского гос. ун-та им. Н.А. Некрасова. – 2012. – Т. 18. – № 4. – С. 22–24.
7. Попов, И.П. Реализация частной функциональной зависимости между индуктивностью и массой / И.П. Попов // Российский научный журнал. – 2012. – № 6(31). – С. 300, 301.
8. Попов, И.П. Функциональная связь между индуктивностью и массой, емкостью и упругостью / И.П. Попов // Вестник Забайкальского гос. ун-та. – 2013. – № 02(93). – С. 109–114.
9. Попов И.П. Вращательные инертно-емкостные устройства / И.П. Попов // Вестник Самарского гос. технич. ун-та. Технич. науки. – 2011. – №3(31). – С. 191–196.
10. Попов, И.П. Искусственная упругость / И.П. Попов // Зауральский научный вестник. – 2013. – № 2(4). – С. 63, 64.